Protokoll zum Versuch 420
Untersuchung der Doppelbrechung mit Hilfe des Kerr-Effektes

Tim Paehler   Frank Wöckener

29.Juni 1996

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

1.1 Polarisiertes Licht

Polarisiertes Licht läßt sich mit Hilfe der elektromagnetischen Wellentheorie beschreiben als transversale Welle beschreiben, in der elektrisches und magnetisches Feld mit dem Wellenvektor $\vec{k}$ ein orthogonales Rechtssystem bilden. Da $\vec{E}$ und $\vec{B}$ über die Maxwell-Gleichungen zusammenhängen, genügt es, das elektrische Feld als Funktion $\vec{E}(\vec{r}, t)$ zu betrachten. Ist die Ausbreitungsrichtung der ebenen Welle die z-Achse, dann folgt für $\vec{E}$:

$$\begin{aligned}
\vec{E}(x,y,z,t) &= E_x \cdot \vec{e_x} + E_y \cdot \vec{e_y} && (1)\\
\text{mit} & && \\
E_x(x,y,z,t) &= E_{x0} \cdot cos(\omega t - kz + \Phi_x) && (2)\\
E_y(x,y,z,t) &= E_{y0} \cdot cos(\omega t - kz + \Phi_y) && (3)
\end{aligned}$$

Sei nun $\Phi = \Phi_x - \Phi_y$ die relative Phase, dann ergeben sich folgende Spezialfälle:

1. Linear polarisiertes Licht: Liegt eine relative Phase von $\Phi = 0$ oder $\Phi = \pi$ vor, so schwingt das elektrische Feld $\vec{E}$ längs einer Linie senkrecht zur Ausbreitungsrichtung $\vec{k}$

2. Zirkular polarisiertes Licht: Liegt eine relative Phase von $\Phi = \pm\frac{\pi}{2}$ vor, und gilt $E_{x0} = E_{y0} = E_0$, so erhält man zirkular polarisiertes Licht.

3. Elliptisch polarisiertes Licht: Ist zwar $\Phi = \pm\frac{\pi}{2}$, aber $E_{y0} \neq E_{x0}$, so beschreibt der $\vec{E}$-Vektor in der x-y-Ebene eine Ellipse.

1.2 Doppelbrechung

Doppelbrechung tritt in optisch anisotropischen Medien auf, also in Medien, deren optische Eigenschaften richtungsabhängig sind. Die die dem huygensschen Prinzip zugrundeliegenden sphärischen Elementarwellen müssen dabei durch eine Kombination aus sphärischer Welle (der *ordentlichen Welle*) und elliptischer Welle (der *ausserordentlichen Welle*) ersetzt werden. Diese kombinierte Welle hat zur Folge, daß sich das Licht im Medium mit zwei verschiedenen Geschwindigkeiten ausbreitet, was diesem zwei verschiedene Brechzahlen n_o und n_e zuordnet. Durch die Aufteilung der Welle in ordentlichen und außerordentlichen Anteil ergibt sich nun je nach Dicke des Materials eine Phasenverschiebung um δ, mit

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d \qquad (4)$$

Die sogenannte Kerr-Konstante K ist der Proportionalitätsfaktor in der experimentell ermittelten Gleichung, die die Brechungsindices mit der Wellenlänge und der elektrischen Feldstärke ins Verhältnis bringen.

$$n_e - n_o = K \cdot \lambda \cdot E^2 \tag{5}$$

Im vorliegenden Versuch ist die Kerr-Konstante einer piezoelektrischen Keramik zu ermitteln.
Die beiden Wellenanteile setzen sich nun nach Verlassen der Kristallplatte zu elliptisch polarisiertem Licht zusammen, die in einem Analysator, dessen Polarisationsrichtung mit dem Polarisator den Winkel ϕ bilden möge, aufgefangen. Die dortige Feldstärke läßt sich dann wie folgt beschreiben:

$$\begin{aligned} E_{x,A} &= E_0 \cdot cos\Phi_0 \cdot cos(\frac{\pi}{4} + \phi) \\ E_{y,A} &= E_0 \cdot cos(\Phi_0 + \delta) \cdot cos(\frac{\pi}{4} - \phi) \end{aligned}$$

Diese beiden Komponenten interferieren und bilden Licht der Intensität I:

$$\begin{aligned} I &= \langle E^2 \rangle && (6) \\ &= \frac{1}{2} E_0^2 \cdot (1 + cos2\phi \cdot cos\delta) && (7) \end{aligned}$$

Als Spezialfälle ergeben sich

$\delta = 0$	$\Rightarrow$	$I = E_0^2 \cdot cos^2\phi$	(linear pol. Licht)
$\delta = \frac{\pi}{2}$	$\Rightarrow$	$I = \frac{1}{2} E_0^2$	(zirkular pol. Licht)

Außerdem ergeben sich für elliptisch polarisiertes Licht die Intensitäten für $I_{||}$ und $I_\perp$:

$0 < \delta < \frac{\pi}{2}$	und	$\phi = 0$	$I_{||} = \frac{1}{2} E_0^2 (1 + cos\delta)$
$0 < \delta < \frac{\pi}{2}$	und	$\phi = \frac{\pi}{2}$	$I_\perp = \frac{1}{2} E_0^2 (1 - cos\delta)$

Durch Messung von $I_{||}$ und $I_\perp$ läßt sich damit die Phasenverschiebung δ bestimmen.

2 Versuchsdurchführung und -auswertung

Auf einer optischen Bank sind in Folge eine Lampe, ein Polarisationsfilter, eine Kerr-Zelle, ein weiterer Polarisationsfilter und ein Photoelement installiert. Der erste Polarisationsfilter wird auf einen Winkel $\frac{\pi}{4}$ gegenüber der Senkrechten eingestellt und läßt daraufhin nur noch Licht dieser Polarisation durch. Daraufhin wird zunächst bei ausgeschalteter Kerr-Zelle der zweite Polarisator in kleinen Schritten gegen den ersten verdreht und der Photostrom gemessen. Tabelle 1 und

Diagramm 1 geben die ermittelten Werte wieder.
Daraufhin wird die Kerr-Zelle mit Spannung versorgt und bei senkrechtem und parallel gestelltem Analysator $I_\perp$ bzw. $I_{||}$ als Funktion der Kerrspannung U gemessen. Hierüber geben Tabelle 2 und Diagramm 2 Auskunft.
Zum Schluß wird durch die Spannung so eingestellt, daß $I_{||}$ jeweils die Hälfte bzw. $\frac{3}{4}$ des bei Null Volt fließenden Photostroms annimmt, um auf diese Weise einmal zirkulares und einmal elliptisches Licht zu erzeugen. In beiden Fällen wird der Photostrom in Abhängigkeit vom Drehwinkel des Analysators gemessen. Tabelle 3 und 4, sowie Diagramm 3 und 4 geben die gemessenen Werte wieder.
Die Kerr-Konstante wird nun folgendermaßen berechnet: Aus (4) und (5) ergibt sich

$$K = \frac{\delta \cdot d}{2\pi \cdot U^2}$$

Es gilt: $d = 1,5mm$. Eine Phasenverschiebung von π tritt dort auf, wo $I_{||}$ sein 1. Minimum und $I_\perp$ sein 1. Maximum besitzt, dies tritt nach Diagramm 2 bei $U = (700 \pm 25)V$ ein. Damit ergibt sich für K:

$$\begin{aligned} K &= \frac{1,5mm}{2 \cdot (700 \pm 25)^2 V^2} \\ &= (1,53 \pm 0,109 \cdot 10^{-9} \frac{m}{V^2} \end{aligned}$$

Die Phasenverschiebung für das elliptisch polarisierte Licht läßt sich aus der Lage des ersten Maximums errechnen, dieses liegt nach Diagramm 4 bei $(45 \pm 5)Grad$. Daraus läßt sich nun die Übereinstimmung mit dem theoretisch hergeleiteten Bildungsgesetz $I(\delta, \phi) = \frac{1}{2} E_0 1^2 (1 + cos 2\phi \cdot cos \delta)$ bestimmen. Diagramm 4 zeigt diese im Vergleich mit den experimentell ermittelten Werten. Die Länge der Halbachsen a und b der durch das elliptisch polarisierte Licht definierten Ellipse werden aus dem Diagramm über den Maximalen und den minimalen Strom abgelesen. Wir erhalten dabei folgende Werte:

$$\begin{aligned} a &= (6,05 \pm 0,10)\mu A \\ b &= (2,95 \pm 0,10)\mu A \end{aligned}$$

3 Diskussion der Meßergebnisse

Die im ersten Versuchsteil ermittelteten Meßwerte werden graphisch mit den theoretisch berechneten verglichen. Dabei zeigt sich, daß die maximale absolute Differenz $0,56\mu A$ beträgt, was angesichts des Höchstwertes für I vernachlässigbar ist.
Der Versuch, zirkular polarisiertes Licht zu erzeugen, darf angesichts der aus

Diagramm 2 ersichtlichen großen Amplitude von $0,71\mu A \hat{=} 17\%$ als gescheitert betrachtet werden. Der in Diagramm 4 dargestellte Vergleich zwischen experimentell ermittelten und theoretisch vorhergesagten Werten zeigt eine Verschiebung um eine Konstante $C \approx 1,6\mu A \hat{=} 35\%$, die sich durch gestreutes Hintergrundlicht erklären ließe. Auch die Tatsache, daß im Versuch kein monochromatisches Licht, sondern weißes verwendet wurde, dürfte für Abweichungen verantwortlich sein.