Protokoll zum Versuch 123
Laminare und turbulente Strömungen

Tim Paehler Frank Wöckener

12.Juni 1996

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie

Durchläuft eine Flüssigkeit ein glattes Rohr, so können zwei unterschiedliche Formen von Strömung auftreten: laminare Strömung und turbulente Strömung. Erstere charakterisiert sich durch die Ortsunabhängigkeit der Richtung seines Geschwindigkeitsvektorfeldes sowie das Verschwinden desselben am Rand des Rohres. Für den Flüssigkeitsstrom ergibt sich in diesem Fall durch Integration der lokalen Geschwindigkeiten das Hagen-Poiseuille'sche Gesetz:

$$I_v = \frac{\pi \cdot \Delta p \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \tag{1}$$

Bei Analyse von turbulenten Strömungen erfordert die Komplexität des Geschwindigkeitsvektorfeldes von vornherein einen integralen Ansatz, der eine durch Messungen bestimmbare Widerstandszahl λ enthält. Für den Flüssigkeitsstrom ergibt sich in diesem Fall

$$I_v = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot R^5 \cdot \Delta p}{\lambda \cdot \rho \cdot l}} \tag{2}$$

Nach dem Reynoldsschen Ähnlichkeitsgesetz sind zwei Strömungen ähnlich (d.h. sie besitzen dasselbe auf die mittlere Geschwindigkeit normierte Geschwindigkeitsprofil), wenn ihre Reynoldszahl Re diesselbe ist, wobei

$$\begin{aligned} Re &= \frac{R \cdot \rho \cdot \bar{v}}{\eta} && (3) \\ &= \frac{\rho}{\pi \cdot R \cdot \eta} \cdot I_v && (4) \end{aligned}$$

gilt.

Für allgemeine Strömungsformen läßt sich der Zusammenhang zwischen λ und Re durch die Gleichung

$$\lambda = \frac{a}{(Re)^b} \tag{5}$$

beschreiben, wobei a und b allein vom Strömungstyp (laminar oder turbulent) abhängige Konstanten sind.

2 Versuchsdurchführung

In dem vorliegenden Versuch (Aufbau siehe Abbildung im Anhang) wurde Wasser mit unterschiedlichem Druck durch ein Rohr gepreßt, wodurch sich mittels Flüssigkeitsstrom-, Druck- und Temperaturmessung die Reynoldszahl Re und die Widerstandszahl λ sowie die Strömungsparameter a und b der jeweiligen Strömungsform ermitteln lassen. Der Fehler bei der Druckmessung wurde mit je einem Skalenteil auf der Quecksilbersäule und der Wassersäule veranschlagt, wodurch sich ein absoluter Fehler von $\Delta p = 134Pa$ ergibt. Die Fehler der für die Stromermittlung nötigen Werte von V und t wurden als vernachlässigbar angenommen.

3 Auswertung

Tabelle 1 (s.Anhang) gibt die ermittelten Messwerte und die daraus errechneten Werte für die einzelnen Strömungen wieder. Aus Abbildung I ergibt sich damit über die Steigung der gezeichneten Gerade ein Wert für den Rohrradius von $R = (1.93 \pm 0.09)mm$. Errechnet man mit diesem die Reynoldszahlen Re sowie die dazugehörigen Widerstandszahlen λ der einzelnen Strömungen und trägt diese logarithmisch gegeneinander auf, so erhält man eine Gerade. Setzt man nun Wertepaare dieser Funktion, sowie der einer Fehlergeraden in die aus (5) hergeleitete Gleichung $lg\lambda = lga - b \cdot lgRe$ ein, so erhält man für die Größen a und b:

$$\begin{aligned} a &= 0.040 \pm 0.125 \\ &= 0.040 \cdot (1 \pm 312\%) \qquad (6) \\ b &= 0.216 \pm 0.171 \\ &= 0.216 \cdot (1 \pm 79\%) \qquad (7) \end{aligned}$$

Aus Tabelle 1 geht hervor, daß sich die kritische Reynoldszahl Re_k in dem Bereich zwischen 1297 und 1486 bewegen muß (relativer Fehler $\simeq 13\%$), da dort der Übergang zur turbulenten Strömung auftritt, wie sich aus der lediglich geringfügigen Stromerhöhung I_v bei nahezu gleichzeitiger Verdoppelung des relativen Drucks p ersehen läßt.

4 Diskussion der Meßwerte

Vergleicht man die für a und b errechneten Werte (6) und (7) mit den Literaturvorgaben für turbulente Strömungen $a = 0.067$ und $b = 0.25$, so fällt auf, daß diese relativ nahe beieinander liegen, die Fehlergrenzen ersterer aber sehr hoch sind (insbesondere trifft dies für den Wert von a zu, was aber aufgrund des exponentiellen Eingangs von b nicht verwundert). Aus Abbildung II und dem Vergleich zwischen direkt und rechnerisch aus Re und den Literaturdaten ermittelter Widerstandszahl λ (s. Tabelle 1, letzte Zeile) geht denn auch hervor, daß eine große Streuung der Werte vorliegt, deren Mittel jedoch einigermaßen zutreffend ist. Diese Streuung, die allein im turbulenten Bereich auftritt, ließe sich eventuell durch zeitliche Druckschwankungen während der Messungen erklären. Die ermittelte kritische Reynoldszahl Re_k ist geringfügig höher als der in der Praktikumsanleitung angegebene Wert, da es sich jedoch um keine scharfe Grenze handelt, darf man mit dem experimentell ermittelten Wert zufrieden sein.